

**Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет**

**ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ
В СВЯЗАННЫХ КОНТУРАХ**

Методические указания

**к лабораторной работе № 59
по дисциплине «Физика»**

Уфа 2009

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра физики

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ
В СВЯЗАННЫХ КОНТУРАХ

Методические указания

к лабораторной работе № 59
по дисциплине «Физика»

Уфа 2009

Составитель Р.Г. Чембарисова

УДК
ББК

Изучение электрических колебаний в связанных контурах: Методические указания к лабораторной работе № 59 по дисциплине «Физика» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост. Р.Г. Чембарисова. – Уфа, 2009. – 20 с.

В методических указаниях рассматриваются колебательные процессы в двух электрических контурах с емкостной связью. Изучается обмен энергией между ними при различных значениях коэффициента связи. Анализируются установившиеся вынужденные колебания в связанных электрических контурах. Определяются нормальные частоты колебаний по резонансным частотам, и изучается их зависимость от коэффициента связи.

Предназначены для студентов, изучающих дисциплину «Физика».

Табл. 4. Ил. 4. Библиогр.: 2 назв.

Рецензенты: Сайтов Р.К.,
Трофимова Е.В.

©Уфимский государственный авиационный
технический университет, 2009

Составитель ЧЕМБАРИСОВА Роза Галиевна

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ
В СВЯЗАННЫХ КОНТУРАХ

Методические указания

к лабораторной работе № 59
по дисциплине «Физика»

Подписано в печать 2009. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Nimes New Roman Cyr.

Усл. печ. л. 1,1. Усл.-кр.-отт. 1,1. Уч-изд.л. 0,9.

Тираж 300 экз. Заказ №

ГОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет
Центр оперативной полиграфии УГАТУ
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12

Содержание

1. Цель работы.....	4
2. Теоретическая часть	4
2.1. Свободные колебания в системе связанных контуров.....	4
2.2. Вынужденные колебания в системе связанных контуров	11
3. Экспериментальная часть.....	15
3.1. Описание экспериментальной установки.....	15
3.2. Приборы и принадлежности.....	16
3.3. Порядок выполнения работы	16
3.4. Обработка результатов измерений.....	18
4. Требования по технике безопасности	18
5. Требования к отчёту	19
6. Контрольные вопросы	19
Список литературы	20

Лабораторная работа № 59

Изучение электрических колебаний в связанных контурах

1. Цель работы

1.1. Изучение колебательных процессов в двух электрических контурах с емкостной связью.

1.2. Определение периода обмена энергией между двумя электрическими контурами при различных значениях коэффициента связи.

1.3. Определение нормальных частот колебаний по резонансным частотам.

1.4. Изучение зависимости нормальных частот колебаний от величины коэффициента связи.

2. Теоретическая часть

2.1. Свободные колебания в системе связанных контуров

В системах, характеризующихся несколькими степенями свободы, соответствующими отдельным подсистемам, возможен внутренний резонанс. В результате отдельные подсистемы, взаимодействуя между собой, обмениваются энергией друг с другом. Как известно, любое вещество представляет собой ансамбль связанных систем. Например, в твёрдом теле все атомы (молекулы) колеблются около постоянных положений равновесия, и колебания передаются от одного атома к другому, так как они взаимодействуют между собой с помощью упругих сил. С разнообразными движениями атомов связана теплоёмкость тел. Оптическим проявлением колебательных движений, распространяющихся в твёрдом теле по всем направлениям и вызывающих изменения плотности, а, следовательно, и показателя преломления среды, является рассеяние света. При определении констант колебаний молекул также необходимо делать поправку на связь подсистем.

Явление внутреннего резонанса в связанных системах удобно изучать на примере электрических колебаний в связанных контурах, поскольку они широко применяются в радиотехнике в основном в качестве фильтров промежуточной частоты для выделения полезного сигнала и подавления всех остальных сигналов и помех.

Изучим эффект внутреннего резонанса на примере двух колебательных контуров без активного сопротивления, связанных между собой при помощи конденсатора, емкость которого равна C (рис. 2.1).

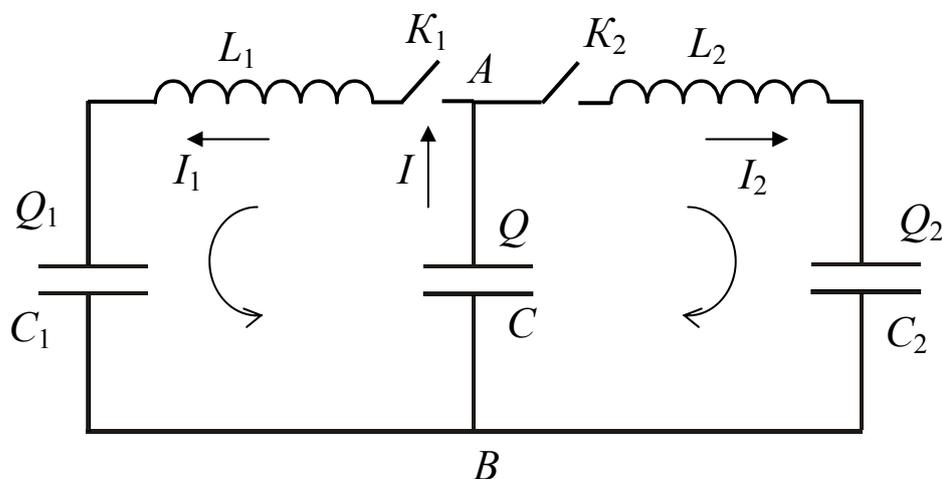


Рис. 2.1.

Два колебательных контура без активного сопротивления, связанных между собой при помощи конденсатора C

Такая связь между контурами называется емкостной. Как показывает опыт, при произвольном способе возбуждения колебания не будут гармоническими. Амплитуда колебаний каждого из зарядов Q_1 и Q_2 будет периодически меняться во времени. Однако при специальных начальных условиях заряды на конденсаторах C_1 и C_2 будут совершать гармонические колебания с одной и той же частотой ω , которая определяется свойствами системы: $Q_1 = Q_{01} \cos(\omega t + \varphi)$,

$Q_2 = Q_{02} \cos(\omega t + \varphi)$. Отношение $q = \frac{Q_{02}}{Q_{01}}$ называется коэффициентом

распределения амплитуд. Причем, как следует из практики, в системе с двумя степенями свободы могут существовать синфазные колебания с частотой ω_1 и противофазные колебания с большей частотой $\omega_2 > \omega_1$. Колебания в связанных системах с одной и той же частотой $\omega = \omega_1$ или $\omega = \omega_2$ называют нормальными колебаниями, или модами, а частоту ω – нормальной частотой. На рис. 2.2. показаны две моды колебаний для одинаковых электрических контуров, связанных емкостной связью и математических маятников, связанных пружинкой.

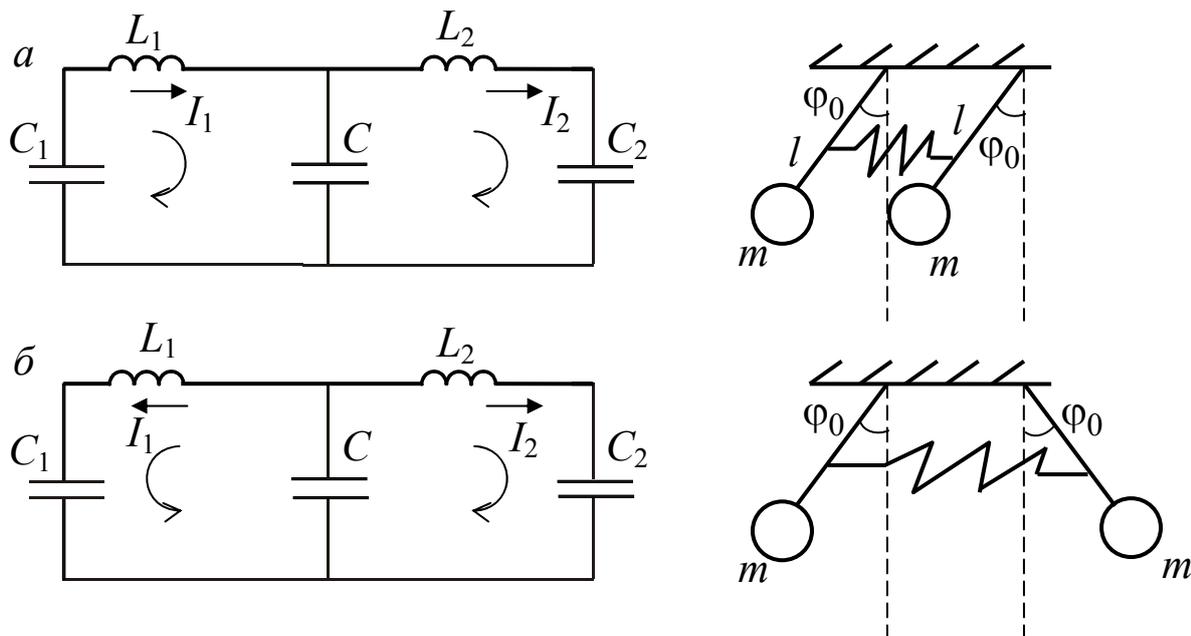


Рис. 2.2.

Нормальные колебания в системе из двух связанных емкостной связью колебательных контуров ($L_1 = L_2$, $C_1 = C_2$) и в ее механическом аналоге:

(а) – синфазная мода, (б) – противофазная мода

При произвольном способе возбуждения колебания линейной системы с двумя степенями свободы могут быть представлены в виде суперпозиции двух нормальных колебаний $Q_1 = Q_1^1 + Q_1^2$, $Q_2 = Q_2^1 + Q_2^2$. (Здесь верхние индексы соответствуют номеру моды).

Проведем последовательный анализ произвольной колебательной системы с двумя степенями свободы. Сообщим конденсаторам C_1 и C_2 заряды Q_{10} , Q_{20} и замкнем ключи K_1 и K_2 . Учтем, что в любой момент времени алгебраическая сумма зарядов на верхних (нижних) обкладках конденсаторов равна нулю $Q = Q_1 + Q_2$. Верхние обкладки примыкают к точке A , а нижние – к точке B .

Согласно второму правилу Кирхгофа получим для первого и второго контуров соответственно:

$$\begin{aligned} \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_1 + Q_2}{C} &= -L_1 \frac{dI_1}{dt}, \\ \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_1 + Q_2}{C} &= -L_2 \frac{dI_2}{dt}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Учитывая, что $I_1 = \frac{dQ_1}{dt}$, $I_2 = \frac{dQ_2}{dt}$ и вводя обозначения:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{L_1} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C} \right), \quad \alpha_{12} = \frac{1}{L_1 C},$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{L_2} \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C} \right), \quad \alpha_{21} = \frac{1}{L_2 C}, \quad (2.2)$$

$$\frac{d^2 Q_1}{dt^2} = \ddot{Q}_1, \quad \frac{d^2 Q_2}{dt^2} = \ddot{Q}_2,$$

получим систему линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\ddot{Q}_1 + \alpha_{11} Q_1 + \alpha_{12} Q_2 = 0,$$

$$\ddot{Q}_2 + \alpha_{22} Q_2 + \alpha_{21} Q_1 = 0. \quad (2.3)$$

Общее решение $\{Q_1, Q_2\}$ системы уравнений (2.3) представляет собой линейную комбинацию двух частных решений:

$$Q_1 = B_1 e^{i\omega_1 t} + B_2 e^{i\omega_2 t},$$

$$Q_2 = B_1 q_1 e^{i\omega_1 t} + B_2 q_2 e^{i\omega_2 t}, \quad (2.4)$$

где B_1 и B_2 – произвольные постоянные, q_1 и q_2 – коэффициенты распределения амплитуд в первой и второй модах соответственно, квадраты частот и параметры q_1 и q_2 вычисляются по формулам:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{(\alpha_{11} + \alpha_{22}) \pm \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{21}\alpha_{12}}}{2},$$

$$q_{12} = \frac{(\alpha_{22} - \alpha_{11}) \pm \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{21}\alpha_{12}}}{2\alpha_{12}}. \quad (2.5)$$

Согласно полученным уравнениям, колебания зарядов в системе представляют собой суперпозицию двух колебаний с частотами ω_1 и ω_2 . Введем новые координаты u_1 и u_2

$$u_1 = B_1 e^{i\omega_1 t}, \quad u_2 = B_2 e^{i\omega_2 t}. \quad (2.6)$$

В новых координатах уравнения (2.4) могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} Q_1 &= u_1 + u_2, \\ Q_2 &= q_1 u_1 + q_2 u_2. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Их называют нормальными координатами. Каждая нормальная координата описывает колебательный процесс (нормальные колебания) с соответствующей частотой. Частоты нормальных колебаний ω_1 , ω_2 представляют собой нормальные частоты. В нормальных координатах анализируемая система рассматривается в виде независимых друг от друга нормальных колебаний (мод).

Рассмотрим парциальные системы. Парциальной называется система, получаемая из исходной путем «закрепления» всех остальных координат, за исключением координаты, соответствующей выбранной парциальной системе. В данном случае, размыкая поочередно сначала ключ K_2 , а затем ключ K_1 , «закрепим» соответственно сначала координату Q_2 ($Q_2 = 0$), а затем координату Q_1 ($Q_1 = 0$). Из уравнений (2.3) определим квадраты соответствующих парциальных частот

$$n_1^2 = \alpha_{11}, n_2^2 = \alpha_{22}. \quad (2.8)$$

Введем в рассмотрение отношение

$$\rho^2 = \frac{\alpha_{21}\alpha_{12}}{\alpha_{11}\alpha_{22}} = \frac{\alpha_{21}\alpha_{12}}{n_1^2 n_2^2} = \frac{C_1 C_2}{(C + C_1)(C + C_2)}, \quad (2.9)$$

называемое коэффициентом связи между подсистемами. Безразмерный коэффициент связи ρ может принимать значения $0 < \rho < 1$. Тогда последнее слагаемое под корнем в выражениях (2.5) можно представить в виде

$$4\alpha_{21}\alpha_{12} = 4\rho^2 \alpha_{11}\alpha_{22}. \quad (2.10)$$

Введем в рассмотрение условие

$$\rho \ll \frac{|n_1^2 - n_2^2|}{n_1 n_2}, \quad (2.11)$$

которое является условием малой связанности подсистем. Действительно, о «связанности», взаимодействии между подсистемами можно говорить в том случае, если нормальные частоты ω_1^2 и ω_2^2 не совпадают с парциальными частотами n_1^2 и n_2^2 .

Если $n_1^2 \neq n_2^2$ и выполнено условие (2.11), то с учетом равенств (2.8), (2.10) нормальные частоты (2.5) можно привести к виду

$$w_{1,2}^2 = \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pm (n_1^2 - n_2^2) \sqrt{1 + \frac{4\rho^2 n_1^2 n_2^2}{(n_1^2 - n_2^2)^2}}}{2} \approx \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pm (n_1^2 - n_2^2)}{2}, \quad (2.12)$$

из которого следует, что $w_1^2 \approx n_1^2$, $w_2^2 \approx n_2^2$. Следовательно, условием малой связанности является условие (2.11).

При $n_1^2 = n_2^2$ связанность вообще нельзя считать малой. В выражениях (2.5) нельзя пренебречь слагаемым (2.10) при $n_1^2 = n_2^2$ ($\alpha_{11} = \alpha_{22}$), даже если $\rho \ll 1$. Условие $\rho \ll 1$ означает, что связь (конденсатор C) слабо изменяет потенциальную энергию системы, энергия связи ($Q^2 / 2C$) между контурами мала (условие малой связи) ($C \gg C_{1,2}$).

Преобразуем параметры q_1 и q_2 (2.5), сохраняя при разложении в ряд корня в формулах (2.5) члены порядка ρ^2 , и учтем равенства (2.8). Разложение справедливо при $\frac{4\rho^2 n_1^2 n_2^2}{(n_1^2 - n_2^2)^2} \leq 1$. Тогда получим:

$$q_1 = \frac{\alpha_{21}}{(n_1^2 - n_2^2)}, \quad (2.13)$$

$$q_2 = \frac{(n_2^2 - n_1^2)}{\alpha_{12}}.$$

Коэффициенты q_1 и q_2 характеризуют влияние колебаний в первом контуре на колебания в другом контуре (2.7). Величина q_1 характеризует степень выраженности первой моды во второй координате Q_2 по сравнению с первой координатой Q_1 ; величина $1/q_2$ характеризует слабость второй моды в первой координате Q_1 по сравнению со второй координатой Q_2 .

Если параметр q_2 имеет очень большое значение, параметр q_1

будет маленькой величиной, при условии, что величины α_{12} и α_{21} одного порядка. В этом случае каждый контур колеблется так, будто другого контура нет. Действительно, выражая из равенств (2.13) α_{12} и α_{21} и подставляя в выражение (2.9) вновь приходим к условию слабой «связанности» систем (2.11).

Рассмотрим случай совпадения парциальных частот: $n_1 = n_2 = n$. Нормальные частоты (2.5) имеют соответственно значения:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= n^2(1 + \rho), \\ \omega_2^2 &= n^2(1 - \rho). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Из формул (2.5) находим для коэффициентов q_1 и q_2 выражения при $n_1 = n_2 = n$:

$$\begin{aligned} q_1 &= \sqrt{\frac{\alpha_{21}}{\alpha_{12}}}, \\ q_2 &= -\sqrt{\frac{\alpha_{21}}{\alpha_{12}}}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Теперь формулы (2.4) принимают вид:

$$\begin{aligned} Q_1 &= B_1 e^{i\omega_1 t} + B_2 e^{i\omega_2 t}, \\ Q_2 &= B_1 \sqrt{\frac{\alpha_{21}}{\alpha_{12}}} e^{i\omega_1 t} - B_2 \sqrt{\frac{\alpha_{21}}{\alpha_{12}}} e^{i\omega_2 t}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

из которых, в частности, следует, что при $q_1 = 1$ и $q_2 = -1$ (при $\alpha_{21} = \alpha_{12}$) контуры колеблются с одинаковыми амплитудами. Связь может быть очень слабой, но оба колебания одинаково влияют на колебания, как первого контура, так и второго. Дело здесь в резонансе, в совпадении парциальных частот.

Зададим произвольные начальные условия:

$$t = 0, Q_1 = Q_{10}, Q_2 = 0, \dot{Q}_1 = 0, \dot{Q}_2 = 0. \quad (2.17)$$

Тогда из уравнений (2.4) для действительных частей зарядов Q_1 и Q_2 получим:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{Q_{10}}{q_2 - q_1} (q_2 \cos \omega_1 t - q_1 \cos \omega_2 t), \\ Q_2 &= \frac{Q_{10} q_1 q_2}{q_2 - q_1} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t). \end{aligned} \quad (2.18)$$

В результате сложения нормальных колебаний находим, например, для второго заряда результирующее колебание, которое представляет собой в общем случае биения

$$Q_2 = 2 \frac{Q_{10} q_1 q_2}{q_2 - q_1} \sin \frac{w_2 - w_1}{2} t \sin \frac{w_2 + w_1}{2} t. \quad (2.19)$$

Заряд совершает колебания с частотой $\frac{(w_2 + w_1)}{2}$, амплитуда которых медленно меняется с частотой $\Delta w_\delta = \frac{(w_2 - w_1)}{2}$. Максимальное значение заряда, с учетом равенств (2.5), (2.8) равно

$$Q_{2 \max} = \frac{2 Q_{10} \alpha_{21}}{\sqrt{(n_1^2 - n_2^2) + 4 \alpha_{12} \alpha_{21}}}. \quad (2.20)$$

При совпадении парциальных частот ($n_1 = n_2$) и с учетом формул (2.14) получим:

$$Q_{2 \max} = Q_{10} \sqrt{\frac{\alpha_{21}}{\alpha_{12}}}, \quad (2.21)$$

$$\Delta w_\delta = \frac{w_2 - w_1}{2} = \frac{n}{2} (\sqrt{1 - \rho} - \sqrt{1 + \rho}).$$

Второй контур не может получить энергии больше, чем энергия, запасенная в первом контуре. Перекачка энергии осуществляется с частотой Δw_δ . При очень слабой связи ($\rho \ll 1$) перекачка энергии осуществляется очень медленно. При совпадении парциальных

частот перекачивается вся энергия: $W_{1 \max} = W_{2 \max} = \frac{Q_{10}^2 (C + C_1)}{2 C C_1}$.

$W_{1 \min} = W_{2 \min} = 0$. При резонансе воздействие сколь угодно малой связи приводит к эффективному обмену энергий.

2.2. Вынужденные колебания в системе связанных контуров

Подключим систему двух связанных контуров к генератору переменного тока, внутреннее сопротивление которого много больше сопротивления подключаемой нагрузки (рис. 2.3). В этом случае через генератор течет ток постоянной амплитуды.

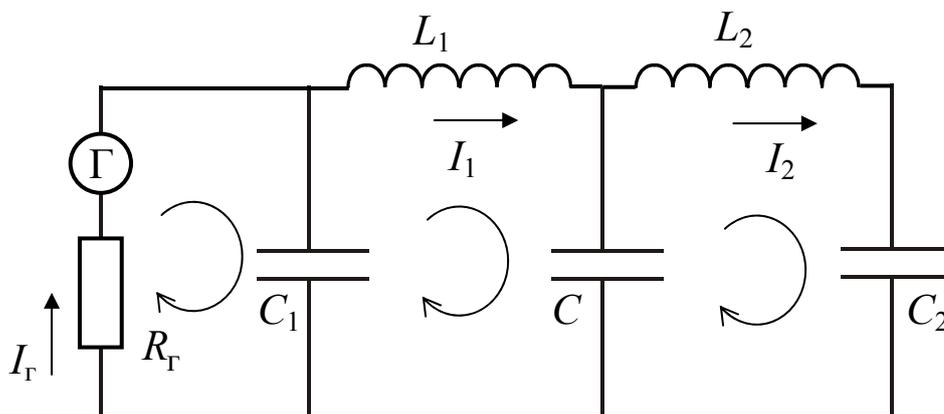


Рис. 2.3.

Вынужденные колебания в системе
двух колебательных контуров, связанных емкостной связью

Пусть ток, текущий через генератор, изменяется с постоянной частотой ω и имеет амплитуду, равную I_0 . В результате периодического воздействия на систему двух колебательных контуров, связанных емкостной связью, устанавливаются вынужденные колебания.

Предположим, что токи текут в положительном направлении обхода контуров – по часовой стрелке. Согласно правилам Кирхгофа приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1} \int (I_1 - I_\Gamma) dt + \frac{1}{C} \int (I_1 - I_2) dt &= -L_1 \frac{dI_1}{dt}, \\ \frac{1}{C_2} \int I_2 dt + \frac{1}{C} \int (I_2 - I_1) dt &= -L_2 \frac{dI_2}{dt}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Полученные уравнения описывают электромагнитные процессы, протекающие в первом и во втором контурах соответственно.

Заряды Q_1 и Q_2 на конденсаторах C_1 и C_2 равны:

$$Q_1 = \int I_1 dt, \quad Q_2 = \int I_2 dt. \quad (2.23)$$

Обозначим

$$Q_0 = \int I_\Gamma dt. \quad (2.24)$$

Тогда с учетом равенств (2.23), (2.24) и определения токов I_1 и I_2 как зарядов, прошедших в единицу времени через сечения проводников, и с учетом обозначений (2.2) получим систему линейных

дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{Q}_1 + \alpha_{11}Q_1 - \alpha_{12}Q_2 = \frac{Q_0}{L_1C_1}, \\ \ddot{Q}_2 + \alpha_{22}Q_2 - \alpha_{21}Q_1 = 0. \end{cases} \quad (2.25)$$

Колебания тока, текущего через генератор представим в комплексном виде

$$I_T = I_0 e^{i\omega t}. \quad (2.26)$$

Так как нас интересуют вынужденные колебания, то решения следует искать в виде:

$$I_1 = I_{10} e^{i\omega t}, \quad I_2 = I_{20} e^{i\omega t}. \quad (2.27)$$

Установившиеся вынужденные колебания происходят с частотой внешнего воздействия. Согласно равенствам (2.23), (2.24) изменения зарядов будут следовать законам:

$$Q_1 = \frac{I_{10}}{i\omega} e^{i\omega t}, \quad Q_2 = \frac{I_{20}}{i\omega} e^{i\omega t}, \quad Q_0 = \frac{I_0}{i\omega} e^{i\omega t}. \quad (2.28)$$

С учетом выражений для зарядов (2.28) дифференциальные уравнения (2.25) могут быть приведены к алгебраической системе уравнений:

$$\begin{cases} (-\omega^2 + \alpha_{11})I_{10} - \alpha_{12}I_{20} = \omega_0^2 I_0, \\ (-\omega^2 + \alpha_{22})I_{20} - \alpha_{21}I_{10} = 0. \end{cases} \quad (2.29)$$

Здесь введено обозначение $\omega_0^2 = 1/L_1C_1$. В результате решения полученной системы уравнений (2.29) найдем амплитуды токов:

$$I_{20} = \frac{\omega_0^2 I_0 \alpha_{21}}{(-\omega^2 + \alpha_{11})(-\omega^2 + \alpha_{22}) - \alpha_{12}\alpha_{21}} = \frac{\omega_0^2 I_0 \alpha_{21}}{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}, \quad (2.30)$$

$$I_{10} = \frac{\omega_0^2 I_0 (-\omega^2 + \alpha_{22})}{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}.$$

Значения нормальных частот ω_1 и ω_2 определяются выражением (2.5).

Из полученных формул (2.30) для амплитуд токов следует, что если частота генератора ω совпадает с одной из нормальных частот ω_1 или ω_2 анализируемой системы связанных контуров, то наступает резонанс. Неограниченно увеличиваются амплитуды токов, а также напряжения на элементах контура.

С увеличением связи между контурами ρ^2 интервал между резонансными частотами возрастает. Например, при $n_1 = n_2 = n$

$$w_1 - w_2 = n(\sqrt{1+\rho} - \sqrt{1-\rho}). \quad (2.31)$$

Будем считать связь очень слабой при $\rho < 0,01$. Слабой связи соответствуют значения $\rho = 0,01 \div 0,05$. При сильной связи $\rho = 0,05 \div 0,90$ и при очень сильной, или жесткой, связи $\rho > 0,90$.

Элементы контуров (катушка, соединительные провода) имеют активное сопротивление $R_{1,2}$. Следовательно, каждый резонансный пик будет характеризоваться шириной $\Delta w_{1,2}$, которая связана с добротностью $\Pi_{1,2}$ первого или второго контура известным соотношением

$$\Delta w_{1,2} = w_{1,2} / \Pi_{1,2}, \quad (2.32)$$

где $\Pi_{1,2} = \frac{wL_{1,2}}{R_{1,2}}$ при слабом затухании, $w = w_1$ или w_2 .

Пики можно будет различать при условии, что разность между резонансными частотами будет больше ширины резонансных пиков $w_1 - w_2 > \Delta w_{1,2}$, что эквивалентно условию

$$\Pi_2 \cdot \rho > 1. \quad (2.33)$$

При $\Pi_2 \rho < 1$ два связанных контура ведут себя как один контур с одной резонансной частотой.

Из формул (2.30) следует, что если частота внешнего воздействия совпадает с парциальной частотой $n_2^2 = \alpha_{22}$ второго контура, то $I_{10} = 0$. В первом контуре колебаний нет. Это физическое явление называется динамическим демпфированием. Если внешнее воздействие будет приложено ко второму контуру, то:

$$I_{20} = \frac{w_0^2 I_0 (-w^2 + \alpha_{11})}{(w^2 - w_1^2)(w^2 - w_2^2)}, \quad (2.34)$$

$$I_{10} = \frac{w_0^2 I_0 \alpha_{12}}{(w^2 - w_1^2)(w^2 - w_2^2)}.$$

При совпадении частоты внешнего воздействия с парциальной частотой первого контура не будет колебаний во втором контуре.

Сравним полученные формулы (2.30), (2.34), положив $\alpha_{12} = \alpha_{21}$, $n_1^2 = n_2^2$. Если ко второму контуру приложено внешнее воздействие, то поведение первой координаты такое же как второй координаты, когда к первому контуру будет приложено внешнее воздействие. Это утверждение выражает содержание знаменитой теоремы взаимности.

3. Экспериментальная часть

3.1. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка включает в себя два колебательных контура L_1C_1 и L_2C_2 , набор конденсаторов связи C , генератор тока, вольтметр. Индуктивности катушек равны $L_1 = L_2$. Конденсаторы C_1 и C_2 имеют одинаковую емкость $C_1 = C_2 = 10000 \pm 2000$ мкФ. Величины емкостей конденсаторов связи C указаны на установке. Генератор тока представляет собой генератор синусоидальных колебаний Γ с последовательно включенным резистором R_Γ , с большим сопротивлением, который позволяет поддерживать постоянную амплитуду тока в цепи генератора при изменении его частоты. Вольтметр V подключается в случае единичного контура в гнездах B_1B_0 , в случае связанных контуров – к гнездам B_2B_0 . Схема экспериментальной установки представлена на рис. 3.1.

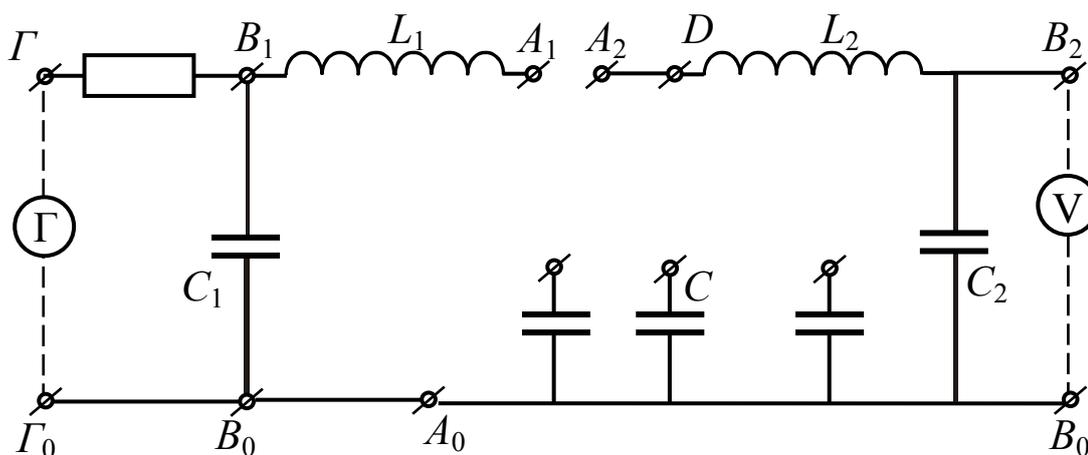


Рис. 3.1.

Схема экспериментальной установки

3.2. Приборы и принадлежности

1. Монтажное плато с двумя колебательными контурами.
2. Магазин емкостей.
3. Генератор синусоидальных сигналов.
4. Вольтметр.
5. Источник питания.
6. Осциллограф.

3.3. Порядок выполнения работы

Упражнение 1. Построение резонансной кривой для колебательного контура.

Собрать колебательный контур. Для этого соединить контакты A_1 и A_0 . Вольтметр подключить к гнездам $B_1 B_0$. Генератор подключить к гнездам $\Gamma \Gamma_0$. Включить тумблером «СЕТЬ» приборы и дать им прогреться в течение $5 \div 10$ минут. Установить на генераторе напряжение $3 \div 4$ В. Изменяя частоту генератора $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, обнаружить резонанс по показаниям вольтметра. Снять зависимость $u_{C1} = F(\nu)$. Данные занести в табл. 3.1.

Таблица 3.1

ν	
u_{C1}	

Упражнение 2. Построение резонансной кривой для связанных контуров.

Соединить контакты A_1 и A_2 . Контакт D соединить с одним из гнезд любого конденсатора связи C . Вольтметр подключить к гнездам $B_2 B_0$. Изменяя частоту генератора ν , найти по показаниям вольтметра два резонансных максимума.

Если резонансные пики различны, то следует снять зависимость $u_{C2} = F(\nu)$ и занести результаты в табл. 3.2.

Подключить вольтметр к гнездам $B_0 B_1$. Изменяя частоту генератора ν , добиться, чтобы напряжение на вольтметре стало нулевым. Результат занести в табл. 3.2.

Таблица 3.2

ν	
u_{C2}	

Упражнение 3. Определение нормальных частот для системы связанных контуров при различных коэффициентах связи.

Включая поочередно конденсаторы по схеме упражнения 2 из набора C определить две нормальных частоты по резонансным пикам и занести результаты измерений в таблицу. Величину C изменять в пределах от $0,5 \cdot 10^{-1}$ мкФ до $5 \cdot 10^{-1}$ мкФ с шагом $1 \cdot 10^{-1}$ мкФ. Результаты занести в табл. 3.3.

Таблица 3.3

C	
$\nu_{1рез}$	
$\nu_{2рез}$	

Упражнение 4. Определение периода биений.

При помощи преобразователя импульсов ПИ, преобразующего синусоидальный сигнал генератора Γ в сигнал прямоугольной формы, добиться устойчивой картины биений на экране осциллографа во втором контуре при частоте генератора 250 Гц. Изменяя величину C в пределах, указанных в упражнении 3, при каждом C сосчитать число максимумов N , заключенных между двумя соседними узлами стоячей волны на экране осциллографа. Результаты измерений занести с табл. 3.4.

Таблица 3.4

C	
N	

3.4. Обработка результатов измерений

1. На одной координатной сетке построить резонансные кривые для одиночного контура (упражнение 1) и двух связанных контуров (упражнение 2). Рассчитать коэффициент индуктивности L по формуле $L = \frac{1}{\nu_{\text{рез}} \cdot C_1}$ для одиночного контура, $\nu_{\text{рез}}$ – резонансная частота.

2. Построить график зависимости $w_1^2 - w_2^2$ от $\frac{2}{C}$ (упражнение 3). С помощью формул (2.14) определить по графику коэффициент индуктивности L . Сравнить его с коэффициентом индуктивности, определенным в упражнении 1. Контур считать одинаковыми.

По формуле (2.8) рассчитать парциальную частоту второго контура. Полученный результат сравнить с частотой, при которой наблюдается динамическое демпфирование в первом контуре (упражнение 2).

3. Рассчитать по формулам (2.9) коэффициенты связи ρ и построить график зависимости $\rho = F(C)$ (упражнение 3).

4. Подсчитать период биений по формуле $T_{\text{б}} = T \cdot N$, где $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}(w_2 + w_1)}$ при различных значениях коэффициента связи

(упражнение 3). Рассчитать теоретические значения $T_{\text{б, теор.}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega_{\text{б}}}$.

Частоту биений $\Delta\omega_{\text{б}}$ определить по формуле (2.21). Построить график зависимости периода биений от коэффициента связи ρ .

4. Требования по технике безопасности

1. Проверить правильность сборки схемы. В случае сомнения обратиться к преподавателю.

2. Проверить наличие заземления.

3. Во время работы при обнаружении оголённых участков схемы, нельзя прикасаться к ним, предварительно не обесточив установку.

5. Требования к отчёту

Отчёт по лабораторной работе должен содержать:

1. Название и номер лабораторной работы.
2. Цель работы.
3. Основные формулы для выполнения измерений и расчётов.
4. Таблицу с результатами измерений и вычислений.
5. Формулы для расчёта погрешностей.
6. Расчёт погрешностей.
7. Выводы к работе.

6. Контрольные вопросы

1. Какова модель двух контуров с емкостной связью для описания электрических колебаний?
2. Сколько степеней свободы соответствуют рассматриваемой модели колебаний связанных емкостной связью электрических контуров?
3. Что такое собственные и вынужденные колебания в электрическом контуре?
4. Что такое нормальные координаты и нормальные частоты?
5. Что такое парциальные частоты?
6. Определить частоты нормальных колебаний для двух электрических контуров, связанных емкостной связью.
7. Определить парциальные частоты электрических колебаний для колебательных контуров, связанных емкостной связью.
8. Какая величина характеризует связь между контурами? Означает ли малая связь между системами малую «связанность»?
9. Чему равен коэффициент связи для двух электрических контуров с емкостной связью?
10. Определить результирующее колебание заряда во втором контуре. Что представляют собой результирующие колебания?
11. Какая энергия может быть передана от первого электрического контура ко второму при наличии емкостной связи между ними?
12. Получить формулу колебаний величины зарядов в электрических контурах, связанных емкостной связью в случае вынужденных колебаний.

13. При каких частотах внешнего воздействия наблюдаются резонансные максимумы, для двух электрических контуров с емкостной связью?

14. Что называется динамическим демпфированием?

15. При каком условии два связанных электрических контура могут иметь одну резонансную частоту. Записать аналитическое выражение для этого условия.

Список литературы

1. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Электричество. – М.: Физматлит, 2002. С. 577 – 581.

2. *Савельев И. В.* Курс общей физики, т. 1. Механика. Молекулярная физика. М.: Наука, Главная редакция физико – математической литературы, 1982. – 432с.